▼1ページ　「高校新演習スタンダード数1」ss1j　→答え　ページへ

数学Ⅰ

目 次

第1講　数と式(1)　式の計算

基　礎　学　習

1　単項式と多項式

$-4x^3y^2$ のように，いくつかの文字や数の積として表される式を単項式といい，かけ合わせた文字の個数をその単項式の次数という。また，文字以外の部分を係数という。例えば，$-4x^3y^2$ の次数は ❶ であり，係数は ❷ である。とくに，文字 x に着目すると，次数は ❸ ，係数は ❹ である。

$A=2x^3+6x^2-x+4$ のように，単項式の和で表される式を多項式といい，多項式を作っている各単項式を多項式の ❺ という。なお，単項式を項が1つの多項式と考えて，多項式を整式ということもある。

多項式の項の中で，文字の部分が同じ項を同類項という。

整理された多項式で，最も次数の高い項の次数を，その多項式の次数という。多項式 A の次数は ❻ である。

多項式 $-4x+5x^3+6-2x^2$ を $5x^3-2x^2-4x+6$ のように，次数が高い項から順に並べることを ❼ の順に整理するという。

また，$6-4x-2x^2+5x^3$ のように，次数が低い項から順に並べることを ❽ の順に整理するという。

単項式の次数と係数

$-4x^3y^2$ で文字 y に着目すると

次数　2

係数　$-4x^3$

単項式は着目する文字によって次数や係数が異なることに注意する。

同類項の整理

同類項は係数の和を計算すると1つの項になる。

このことを同類項をまとめる，または整理するという。

2　多項式の加法・減法

多項式 A，B の加法は，$A+B$ の同類項をまとめる。減法 $A-B$ では $A+(-B)$ と考え，A に B の各項の符号を変えた式を加える。

例　$A=3x^2-4x+5$，$B=2x^2-x-3$ のとき

$$A+B=(3x^2-4x+5)+(2x^2-x-3)$$
$$=3x^2-4x+5+2x^2-x-3$$
$$=(3+2)x^2+(-4-1)x+(5-3)=\boxed{❾}$$

$$A-B=(3x^2-4x+5)-(2x^2-x-3)$$
$$=3x^2-4x+5-2x^2+x+3$$
$$=(3-2)x^2+(-4+1)x+(5+3)=\boxed{❿}$$

○次のように筆算で計算してもよい。

$$\begin{array}{rr} & 3x^2-4x+5 \\ +) & 2x^2-\ \ x-3 \\ \hline & \boxed{❾} \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 3x^2-4x+5 \\ -) & 2x^2-\ \ x-3 \\ \hline & \boxed{❿} \end{array}$$

point
同類項をまとめる仕組み
$ma+na=(m+n)a$
$ma-na=(m-n)a$

解答　❶ 5　❷ -4　❸ 3　❹ $-4y^2$　❺ 項　❻ 3　❼ 降べき　❽ 昇べき
❾ $5x^2-5x+2$　❿ x^2-3x+8

例題 1 ［単項式と多項式］ ➡1

次の 解答 の□にあてはまる数または式を入れよ。

解答

$A=x^2y-4xy-3x+5y^3$

について，この式の次数は ❶□ で，x に着目すると次数は ❷□ であり，y に着目すると次数は ❸□ である。

A を x について降べきの順に整理すると

$A=$ ❹□ $x^2-($ ❺□ $)x+$ ❻□

A を y について降べきの順に整理すると

$A=5y^3+($ ❼□ $)y-$ ❽□

となる。

類題 1 $A=x^3y-2xy-5x+3y^2$ について，次の問いに答えよ。

(1) A を y について降べきの順に整理せよ。

(2) A は y について何次式であるか答えよ。

例題 2 ［多項式の加法・減法］ ➡2

$A=2x^2-4xy+5y^2$，$B=4x^2+5xy-9y^2$ のとき，次の式を計算せよ。

(1) $A+B$ (2) $A-B$ (3) $2A+3B$

解答

(1) $A+B=(2x^2-4xy+5y^2)+(4x^2+5xy-9y^2)$

$=2x^2-4xy+5y^2+4x^2+5xy-9y^2$

$=(2+4)x^2+($ ❾□ $)xy+(5-9)y^2$

$=6x^2+xy-4y^2$

(2) $A-B=(2x^2-4xy+5y^2)-(4x^2+5xy-9y^2)$

$=2x^2-4xy+5y^2-4x^2-5xy+9y^2$

$=($ ❿□ $)x^2+($ ⓫□ $)xy+($ ⓬□ $)y^2$

$=-2x^2-$ ⓭□ $xy+$ ⓮□ y^2

(3) $2A+3B=2(2x^2-4xy+5y^2)+3(4x^2+5xy-9y^2)$

$=4x^2-8xy+10y^2+$ ⓯□

$=(4+12)x^2+($ ⓰□ $)xy+($ ⓱□ $)y^2$

$=$ ⓲□

類題 2 $A=3x^2-2xy+4y^2$，$B=2x^2+3xy-6y^2$ のとき，次の式を計算せよ。

(1) $A+B$ (2) $A-B$ (3) $3A-2B$

ヒント

多項式の整理

1つの文字に着目して降べき（昇べき）の順に整理することは，多項式を扱うときに有効である。

例題 1 の答

❶ 3 ❷ 2 ❸ 3
❹ y ❺ $4y+3$
❻ $5y^3$ ❼ x^2-4x
❽ $3x$

多項式の加法・減法

かっこをはずし，x^2，xy，y^2 の項をそれぞれまとめる。筆算で計算してもよい。

例題 2 の答

❾ $-4+5$ ❿ $2-4$
⓫ $-4-5$ ⓬ $5+9$
⓭ 9 ⓮ 14
⓯ $12x^2+15xy-27y^2$
⓰ $-8+15$
⓱ $10-27$
⓲ $16x^2+7xy-17y^2$

3 指数法則

a を n 個かけ合わせたものを a の n 乗といい，［❶　　］と表す。ただし，$a^1=$［❷　　］とする。a^1，a^2，a^3，…をまとめて，a の累乗といい，a^n の n をその［❸　　］という。

$a^2\times a^3=(a\times a)\times(a\times a\times a)=a^5=a^{2+3}$

$(a^3)^2=(a\times a\times a)\times(a\times a\times a)=a^6=a^{3\times 2}$

$(ab)^2=ab\times ab=(a\times a)\times(b\times b)=a^2b^2$

と同様に，一般に，次の指数法則が成り立つ。

m，n を正の整数とするとき

$a^m\times a^n=a^{［❹\ ］}$　　$(a^m)^n=a^{［❺\ ］}$　　$(ab)^n=a^nb^n$

←→ 単項式の積

単項式の積は指数法則を使う。

例　$2a^2\times 3ab^2$

$=2\times 3\times a^2\times a\times b^2$

$=6a^3b^2$

4 多項式の乗法

多項式の積は分配法則

$A(B+C)=AB+AC$　　$(A+B)C=$［❻　　］$+$［❼　　］

を使って計算する。

例えば，　$(x^2-4x+3)(2x-5)$

$=(x^2-4x+3)\cdot 2x+(x^2-4x+3)\cdot($［❽　　］$)$

$=2x^3-8x^2+6x-5x^2+20x-$［❾　　］

$=2x^3-13x^2+26x-$［❾　　］

次のように筆算で計算してもよい。

$$
\begin{array}{rrrrl}
 & x^2 & -4x & +3 & \\
\times) & 2x & -5 & & \\
\hline
2x^3 & -8x^2 & +6x & & \longleftarrow (x^2-4x+3)\cdot 2x \\
 & -5x^2 & +20x & -［❾］ & \longleftarrow (x^2-4x+3)\cdot(-5) \\
\hline
2x^3 & -13x^2 & +26x & -［❾］ &
\end{array}
$$

←→ 多項式の乗法

$(x^2-4x+3)(2x-5)$

上の矢印のように順次かけて計算してもよい。

注意

$(x^2-4x+3)\cdot 2x$ の・は，積を表す記号である。

5 乗法公式(1)

(1)　$(a+b)^2=a^2+$［❿　　］$ab+b^2$

(2)　$(a-b)^2=a^2-$［⓫　　］$ab+b^2$

(3)　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

←→ 乗法公式

公式を覚えておくと，計算が効率良くできる。

解答　❶ a^n　❷ a　❸ 指数　❹ $m+n$　❺ mn　❻ AC　❼ BC　❽ -5　❾ 15　❿ 2　⓫ 2

例題3　[多項式の乗法]　➡4

次の式を展開せよ。

(1)　$(2x+3)(x+7)$　　　(2)　$(x^3-2x^2-4)(x^2-3x+1)$

解答

(1)　$(2x+3)(x+7)$

$=2x(x+7)+3(x+\boxed{1})$　⟵分配法則

$=2x^2+14x+\boxed{2}x+\boxed{3}$

$=\boxed{4}$

(2)　$(x^3-2x^2-4)(x^2-3x+1)$

を筆算で計算すると

$$\begin{array}{rrrrrr} & x^3 & -2x^2 & & -4 & \\ \times\,) & x^2 & -3x & +1 & & \\ \hline & x^5 & -2x^4 & & -4x^2 & \\ & & \boxed{5}x^4 & +\boxed{6}x^3 & & +\boxed{7}x \\ & & & x^3 & -2x^2 & \quad -4 \\ \hline & \boxed{8} & & & & \end{array}$$

類題3　次の式を展開せよ。

(1)　$(3x+4)(x+3)$　　　(2)　$(x^3-x^2+2)(x^2-5x+2)$

例題4　[乗法公式(1)]　➡5

次の式を，乗法公式を用いて展開せよ。

(1)　$(3a+2b)^2$　　　(2)　$(5x-3y)(5x+3y)$

解答

(1)　$(3a+2b)^2=(3a)^2+2\cdot 3a\cdot 2b+(\boxed{9}b)^2$

$=\boxed{10}$

(2)　$(5x-3y)(5x+3y)=(\boxed{11}x)^2-(\boxed{12}y)^2$

$=\boxed{13}$

(参考)　(1)，(2)とも公式を使わなくても，分配法則によって展開することができる。しかし，より複雑な式の展開では，公式を利用すると計算が早くできる場合が多いので，公式は必ず覚えておこう。

特に(2)は，$17^2-16^2=(17+16)(17-16)=33$ のような数の計算にも応用できる。

類題4　次の式を，乗法公式を用いて展開せよ。

(1)　$(x-2y)^2$　　　(2)　$(3x-y)(3x+y)$

ヒント

多項式の乗法

多項式の乗法は分配法則にしたがって行う。

$A(B+C)=AB+AC$

$(A+B)C=AC+BC$

多項式の展開

分配法則を用い，多項式どうしの積を単項式の和の形で表すことを，式の展開という。

例題3の答

1　7　2　3　3　21

4　$2x^2+17x+21$

5　-3　6　6

7　12

8　$x^5-5x^4+7x^3-6x^2+12x-4$

乗法公式の利用

(1)では

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

(2)では

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

の公式を用いている。

例題4の答

9　2

10　$9a^2+12ab+4b^2$

11　5　12　3

13　$25x^2-9y^2$

6 乗法公式(2)

分配法則から，次の乗法公式が得られる。

(4) $(x+a)(x+b)=x^2+\left(\boxed{\text{❶}}\right)x+ab$

(5) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+\left(\boxed{\text{❷}}\right)x+bd$

例えば

$$(x+3)(x+2)=x^2+(3+2)x+3\cdot2$$
$$=x^2+5x+6$$
$$(2x+3)(3x+2)=2\cdot3x^2+(2\cdot2+3\cdot3)x+3\cdot2$$
$$=6x^2+13x+6$$

のように計算する。

公式(4)で $a=b$ とすると

$$(x+a)^2=x^2+\boxed{\text{❸}}\,x+a^2$$

公式(4)で $b=-a$ とすると

$$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$$

となり，P.4 の乗法公式の(1)と(3)が得られる。

2次の乗法公式

5と**6**で学習した2次の乗法公式はよく使うので，きちんと覚えておこう。

(5)と同様に

$(ax+by)(cx+dy)$
$=acx^2+(ad+bc)xy+bdy^2$

も成り立つ。

7 やや複雑な式の展開

(1) $(a+b+c)^2=\{(a+b)+c\}^2$

$$=(a+b)^2+\boxed{\text{❹}}\,(a+b)c+\boxed{\text{❺}}$$
$$=a^2+\boxed{\text{❻}}\,ab+b^2+\boxed{\text{❹}}\,ac+\boxed{\text{❹}}\,bc+\boxed{\text{❺}}$$
$$=\boxed{\text{❼}}$$

(2) $(x+y-z)(x+y+z)=\{(x+y)-z\}\{(x+y)+z\}$

$$=\left(\boxed{\text{❽}}\right)^2-z^2$$
$$=x^2+\boxed{\text{❾}}-z^2$$

(3) $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)=\{(x^2+y^2)-xy\}\{(x^2+y^2)+xy\}$

$$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$$
$$=\boxed{\text{❿}}-x^2y^2$$
$$=\boxed{\text{⓫}}$$

やや複雑な式の展開

直接には乗法公式が使えない場合でも，工夫をすること(文字の置きかえなど)により乗法公式が使える場合がある。

式の形を見て，ふさわしい乗法公式を使えるように，いろいろな問題に挑戦しておこう。

ab，bc，ca のように並べかえることを，輪環の順に並べかえるという。

$a \longrightarrow b \longrightarrow c$

$x^2+y^2=A$ とおいて考えてもよい。

解答 ❶ $a+b$ ❷ $ad+bc$ ❸ $2a$ ❹ 2 ❺ c^2 ❻ 2 ❼ $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ ❽ $x+y$ ❾ $2xy+y^2$ ❿ $x^4+2x^2y^2+y^4$ ⓫ $x^4+x^2y^2+y^4$

例題5　[乗法公式(2)]　➡6

次の式を展開せよ。

(1)　$(x-7y)(x+4y)$　　(2)　$(3x+2)(3x-4)$

(3)　$(6x-5)(2x+9)$　　(4)　$(2x+5y)(4x+3y)$

解答

(1)　$(x-7y)(x+4y)=x^2+(-7+4)xy+(-7)\cdot 4y^2$

$=x^2-\boxed{1}\,xy-28y^2$

(2)　$(3x+2)(3x-4)=(3x)^2+(2-4)\cdot\boxed{2}+2\cdot(-4)$

$=\boxed{3}$

(3)　$(6x-5)(2x+9)=6\cdot 2x^2+\{6\cdot 9+(-5)\cdot 2\}x+(-5)\cdot 9$

$=\boxed{4}$

(4)　$(2x+5y)(4x+3y)=2\cdot 4x^2+(2\cdot 3+5\cdot 4)xy+5\cdot 3y^2$

$=\boxed{5}$

類題5　次の式を展開せよ。

(1)　$(x-4y)(x+3y)$　　(2)　$(3x+5)(3x-1)$

(3)　$(2x-7)(5x-1)$　　(4)　$(2x+5y)(3x+y)$

例題6　[やや複雑な式の展開]　➡7

次の式を展開せよ。

(1)　$(a-2b+c)^2$　　(2)　$(a^2+2a-5)(a^2+2a-3)$

解答

(1)　$(a-2b+c)^2$

$=\{(a-2b)+c\}^2$

$=(a-2b)^2+\boxed{6}\,(a-2b)c+c^2$

$=a^2-4ab+4b^2+\boxed{7}\,ac-\boxed{8}\,bc+c^2$

$=a^2+4b^2+c^2-4ab-\boxed{8}\,bc+\boxed{7}\,ca$

(2)　$(a^2+2a-5)(a^2+2a-3)$

$=\{(a^2+2a)-5\}\{(a^2+2a)-3\}$

$=(a^2+2a)^2-\boxed{9}\,(a^2+2a)+\boxed{10}$

$=\boxed{11}$

類題6　次の式を展開せよ。

(1)　$(a-3b+c)^2$　　(2)　$(a^2+3a-4)(a^2+3a-2)$

ヒント

↔ 乗法公式の利用

乗法公式のどの文字がどんな値になっているか考えよう。

例題5の答

1　3　2　$3x$

3　$9x^2-6x-8$

4　$12x^2+44x-45$

5　$8x^2+26xy+15y^2$

↔ $(a+b+c)^2$ の形の式の展開

$(a+b+c)^2$

$=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

を公式として用い，b を $-2b$ に置きかえて考えてもよい。

↔ 乗法公式を使うための工夫

例題6(2)では，a^2+2a を A とおくと

$(A-5)(A-3)$

となり，乗法公式が使える。

例題6の答

6　2　7　2　8　4

9　8　10　15

11　$a^4+4a^3-4a^2-16a+15$

確　認　問　題

1 $A=2x^2y^2-3xy-2y+3y^3$ について，次の問いに答えよ。↔ 例題1

(1) A を y について降べきの順に整理せよ。

(2) A は何次式であるか答えよ。

(3) A は y について何次式であるか答えよ。

2 $A=x^2-xy+y^2$，$B=3x^2+4xy+y^2$ のとき，次の式を計算せよ。↔ 例題2

(1) $A+B$　　(2) $B-A$

(3) $2A+3B$　　(4) $5A-4B$

3 次の式を展開せよ。↔ 例題3

(1) $(2x+5)(x-6)$　　(2) $(x-2)(x^2+2x+4)$

(3) $(x^2-3x-4)(x^3-x+5)$

4 次の式を展開せよ。↔ 例題4

(1) $(a-2b)^2$　　(2) $(x+3y)(x-3y)$

(3) $(2x+3y)^2$　　(4) $(-3x+2y)(3x+2y)$

5 次の式を展開せよ。↔ 例題5

(1) $(x-8y)(x-6y)$　　(2) $(2x+3)(2x-5)$

(3) $(2x-3)(3x+2)$　　(4) $(4x+3y)(x-2y)$

6 次の式を展開せよ。↔ 例題6

(1) $(x-2y+3z)^2$　　(2) $(x^2+x-5)(x^2+x+3)$

基　本　問　題

1　$A=3x^2-4x+1$，$B=2x^2+5x-3$ のとき，$A+B$，$A-B$ を計算せよ。

2　$A=3x^2+4x-1$，$B=-7x^2+2x-3$ のとき，$4A-2B-2(A-3B)$ を計算せよ。

3　次の計算をせよ。

(1)　$(-a)^2\times a^4$　　(2)　$2(x^3)^2y^4\times(-3xy)^2$　　(3)　$(-3ab^2c^3)^3\times 5(a^2b)^2$

4 次の式を展開せよ。

(1) $(5a+2b)^2$　　(2) $(4x+3y)(3x-4y)$

5 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2-2x-3)(3x-4)$　　(2) $(x^3+2x^2-4)(5x+3)$

6 次の式を展開せよ。

(1) $(a+2b-4c)(a-2b+4c)$　　(2) $(4x-y)(16x^2+4xy+y^2)$

7 次の式を展開せよ。

(1) $(a^2+3a+5)(a^2-3a+5)$　　(2) $(a+b-2c)^2$